

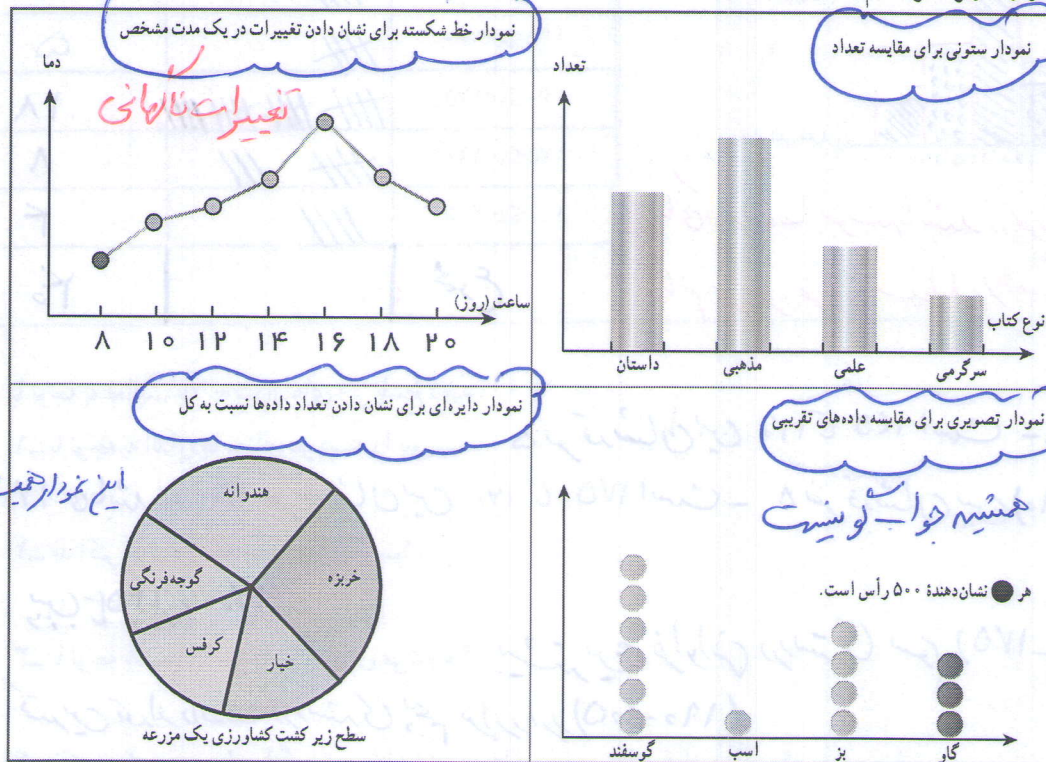
- کلاس ششم
- ۱- تعریف علم آمار
 - ۲- جدول داده‌ها
 - ۳- خوب خط
 - ۴- انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

بررسی

علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با خوب خط سرشماری و در جدول سازمان‌دهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



نمودار میله‌ای

این نمودار همیشه جوابگویی داشته

همیشه جوابگویی

اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده

است. ($n=40$)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{Max} - \text{Min}$$

به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

$$\text{طول هر دسته} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

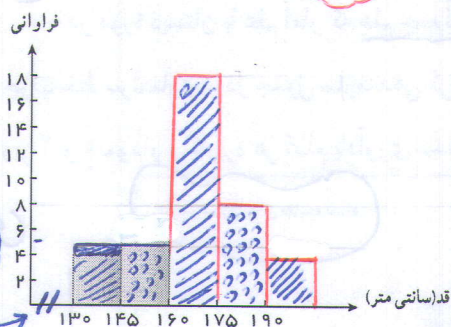
معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و \leq وجود دارد؟

$$\text{طول دسته‌ها} = \frac{75}{5} = 15$$

۱۲۰ داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است

و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
۵	###	$130 \leq x < 140$
۵	###	$140 \leq x < 150$
۱۸	#####	$150 \leq x < 160$
۸	####	$160 \leq x < 170$
۴	####	$170 \leq x < 180$
۳۰	مجموع	

زمانی که داده‌ها بیشتر باشند در نمودار ستونی ها را به هم نمی‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
- ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشتر بین فراوانی در رسته‌ی سوم (۱۷۵-۱۹۰) وجود دارد

کمترین تعداد داده‌ها در رسته‌ی پنجم قرار دارد (۱۹۰-۲۰۵)

۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

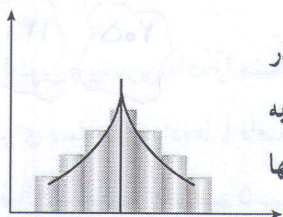
در رسته‌ی سوم یعنی (۱۷۵-۱۹۰)

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ در برنامه‌ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

تیم بسکتبال - برای فروشندگی می‌خواهد برای فروش سبزه‌ها به این روستا برود

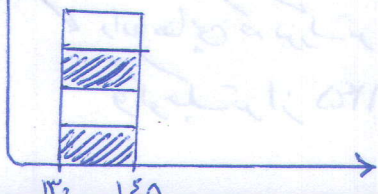
برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار بلوکی: هر نمودار نشان دهنده‌ی یک واحد است



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

+۲	+۲	+۲	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

$1 - (-1) = 14$ دماهای تغییرات

● دامنه تغییرات چقدر است؟

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ $14 \div 4 = 4$ طول هر دسته

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را

توصیف کنید. $20 - 5 = 15$ دماهای تغییرات و $15 \div 5 = 3$ طول هر دسته

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰	Min		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

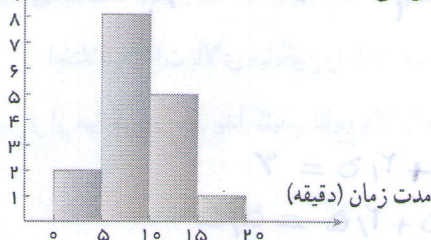
است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

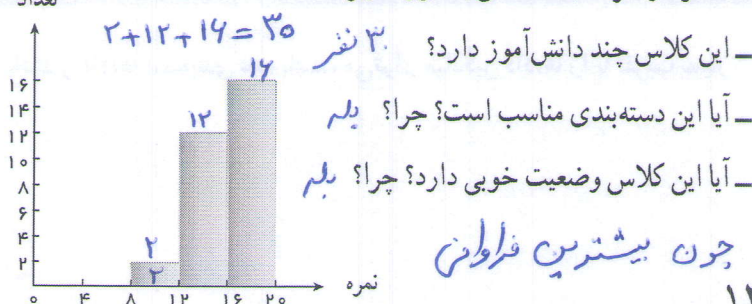
تعداد دانش‌آموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۴ نفر

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۳ نفر $2 + 12 + 14 = 30$

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بلم

آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بلم

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲

در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

طول هر دسته $\frac{20 - 0}{5} = 4$

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$115,5 + 15 + 17 = 147,5 \quad \text{مجموع نمرات ۷ درس}$$

$$147,5 \div 9 = 16,38$$

میانگین جدید

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

$$\frac{15+17}{2} = 16$$

$$\frac{16+16,5}{2} = 16,25$$

$$16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد

مساوی است؟ بله $\frac{149}{9} \approx 16,5$ میانگین = $\frac{15,5 + 16 + 15 + \dots + 17,5}{9}$ ۴ نمره بالاتر و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

۱۴، ۱۵، ۱۵/۵، ۱۶، ۱۶/۵، ۱۷، ۱۷/۵، ۱۸/۵، ۱۹

۴ نمره

۴ نمره

پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

$$5 + 1 + 2 + 2,5 = 10,5$$

$$5 + 1 + 1,5 + 2,5 = 10$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

میانیلین
 ۴۴۹۹ = ۱۴۲,۴۷۵
 ۴۲
 کنید.

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست

$$\frac{120 + 180}{2} = 150$$

آوردہ، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

[illegible]

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4 \text{ VIO}}{f_0} \approx 14 \text{ V, 1 V O}$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$14V, 1V0 - 14V, 8V0 = 9K$$

یقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته ها
487,5	137,5	4	130 ≤ X < 145
742,5	152,5	5	145 ≤ X < 160
3015	147,5	18	160 ≤ X < 175
1440	112,5	1	175 ≤ X < 190
790	197,5	4	190 ≤ X ≤ 205
4710			مجموع

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{2} = 147,175$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	//// /	۶	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$	////	۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$	/// III	۸	۱۰	۸۰
$12 \leq x < 16$	/// IIII II	۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x \leq 20$	/// IIII	۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

$$11 \quad 12 \quad 12 \quad 13 \quad 13 \quad 13 \quad 14 \quad 14 \quad 15$$

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

$$17 \quad 14 \quad 11 \quad 15 \quad 13 \quad 18 \quad 17 \quad 13 \quad 16$$

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$

$$\frac{17+13}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{517/5 - 3/5}{29} = \frac{514}{29} = 17/7$$

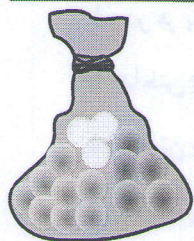
سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10/25 - 20}{29} = \frac{307/5 - 20}{29} = \frac{287/5}{29} \approx 9/9$$

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
زیرا از هر سه رنگ در کبسه را هم و ما نگاه نمی کنیم

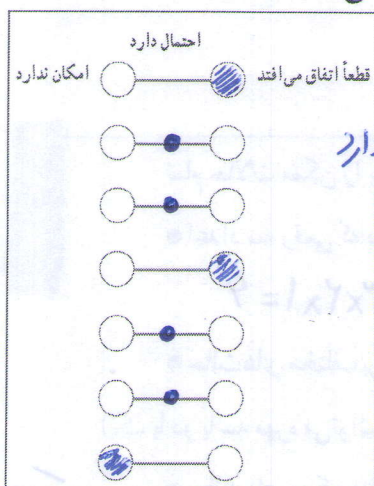
اولین مهره‌ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟

آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ **دو حالت**، **پشت یا رو**
 «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ **خیر**
زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران ببارد». «شانس آوردم همه سؤال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم». از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. شانس اینست که ما شانس می‌کنیم، احتمال اینکه شانس بیاورم.

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشنهاد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.



● یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند.

● هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. **احتمال دارد**

● یک سکه را انداختیم ، رو می آید. احتمال دارد

● یک سکه را انداختیم ، رومی اید. احتمال دارد
● ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (نظر طراح کتاب)

● من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آمده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.

● فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.

● در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

۱. مکان ندارد



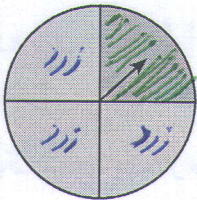
۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

• انداختن یک تاس : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

• حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از



کیسه بیرون می‌آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد. سبز - زرد

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱، ۱)، (۱، ۲)، (۱، ۳)، (۱، ۴)، (۱، ۵)، (۱، ۶)، (۲، ۱)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۲، ۴)، (۲، ۵)، (۲، ۶)، (۳، ۱)، (۳، ۲)، (۳، ۳)، (۳، ۴)، (۳، ۵)، (۳، ۶)، (۴، ۱)، (۴، ۲)، (۴، ۳)، (۴، ۴)، (۴، ۵)، (۴، ۶)، (۵، ۱)، (۵، ۲)، (۵، ۳)، (۵، ۴)، (۵، ۵)، (۵، ۶)، (۶، ۱)، (۶، ۲)، (۶، ۳)، (۶، ۴)، (۶، ۵)، (۶، ۶)

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ آگوسازی

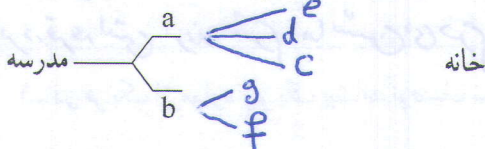
چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ گلداری نویسیم و جانندازیم

۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

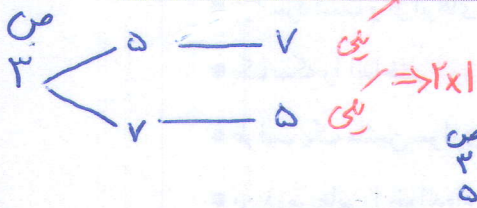
برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتد؟ ۵ حالت

تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).



$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

• حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

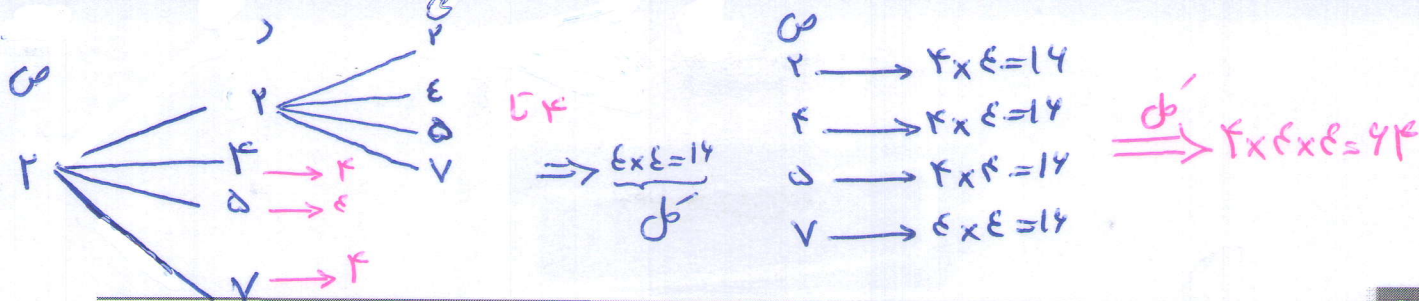
۲ مهره → ۳ حالت

• حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

۱۲۷

۳ مهره → ۱ حالت

تاس	سکه	تاس	سکه	تاس	سکه
۱	ر	۱	ر	۱	ر
۲	ر	۲	ر	۲	ر
۳	ر	۳	ر	۳	ر
۴	ر	۴	ر	۴	ر
۵	ر	۵	ر	۵	ر



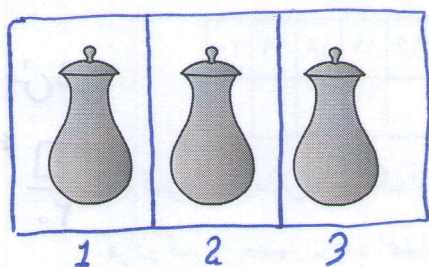
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۵، ۷، ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکبار از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *حالت ۵*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و جای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*

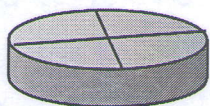


۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان
جای دار

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$4! = 24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

هر حالت ۴ بار
تکرار می‌شود

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

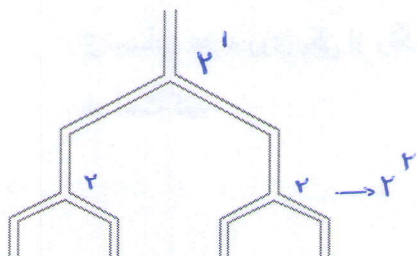
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *پارو یا پشت*

(الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* (ب) این بار هم رو می‌آید. *نادرست* احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت شانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



$$2^5 = 32$$

خروجی

$$1 \times 12 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$2 \times 4 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *حالت ۶*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *حالت ۶* (۱،۱۱)، (۲،۱۰)، (۳،۹)، (۴،۸)، (۵،۷)، (۶،۶)

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

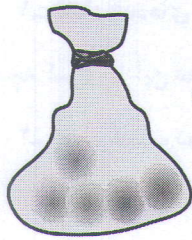
(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)

۱	۲	۳
۱	۱	۶
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

\Rightarrow حالت ۵

احتمال ریاضی



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

آزمایش شود
 $\frac{3}{5}$

چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

قرمز
 $\frac{3}{5}$
 آبی

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

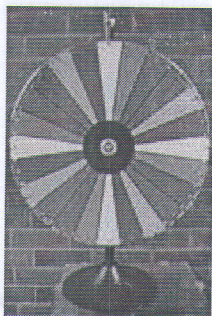
اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده اند؟ بله
 اگر آزمایش ۱۰۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسر ها به هم نزدیک تر می شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره ها آبی است؟ $\frac{3}{5}$

هر چه تعداد آزمایش ها بیشتر شود جواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می چرخانیم و پس

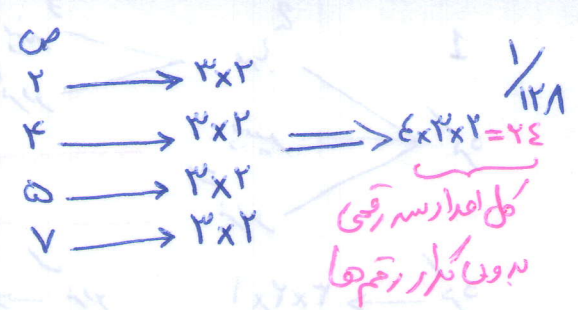
از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ ها قرار می گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

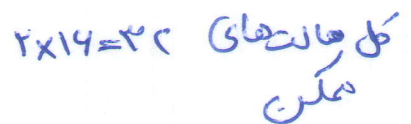
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: — قرمز: — آبی: —

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{6}$ چه کسری از آزمایش ها به رنگ سبز درآمد؟ آیا این دو کسر به هم نزدیک شده اند؟ بله

۱۲۹ ۱۰۰



زیر

[illegible]

$\frac{1}{\text{سر}} \rightarrow 2 \times 1$
 $\frac{2}{\text{جای}} \rightarrow 2 \times 1 \Rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$
 $\frac{3}{\text{شماره}} \rightarrow 2 \times 1$

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد a را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

- ۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.
- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.
- ۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
- $$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
- چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.
- چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.
- پس:
- $$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
- زوج آمدن
- (تمام حالت‌ها) =

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است

پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

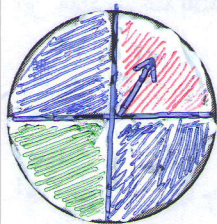
انداختن سکه :

$$\begin{aligned} \text{احتمال رو آمدن} &= \frac{1}{2} \\ \text{احتمال پشت آمدن} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

انداختن تاس :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



$$\begin{aligned} \text{احتمال رنگ سبز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ قرمز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ آبی} &= \frac{2}{4} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه اول که ۱ مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

اصلاح شود

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

سبز رنگ است

برای ۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ شکل

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$$\frac{4}{9}$$

۲، ۴، ۶، ۸

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

۳، ۵، ۷، ۹

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{4}$ آنها زرد، $\frac{1}{3}$ آنها سفید و $\frac{1}{12}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$$

سفید

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

$$\frac{45}{1200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 540$$

است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

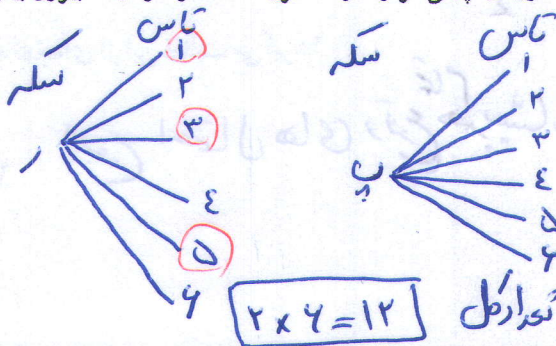
$$\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$$

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$$\frac{5}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی
- در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- دانستن کاربرد هریک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

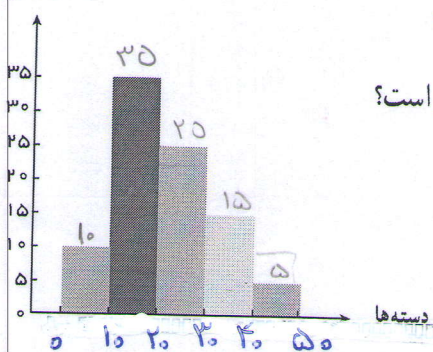
کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم
$$= \frac{10 \times 5 + 25 \times 15 + 25 \times 25 + 15 \times 35 + 5 \times 45}{90} = \frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$$
 میانگین

تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۲۱/۶

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

کل حالت‌ها $4 \times 4 = 16$

زوج زوج $3 \times 3 = 9$

زوج فرد $3 \times 3 = 9$

$\Rightarrow 9 + 9 = 18$

$\Rightarrow \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$

چون دو حالت هست که یک بار اولی فرد و یک بار دومی زوج باشد

۱۳۲

دو تاسی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه